Harmonische Schwingungen

Janina Friedrich, WS 12/13

Gliederung

1	Beschreibung harmonischer Schwingungen	1
1.1	Unterscheidung verschiedener Schwingungstypen	1
1.2	Graphische Darstellung einer Sinus-Schwingung	1
1.3	Auswirkungen der Änderung von Amplitude und Frequenz.....	3
2	Ausbreitung harmonischer Schwingungen	4
2.1	Energie	4
2.2	Ausbreitungs-Geschwindigkeit	4

Einstieg: Beim Einüben eines Musik-Stücks auf der Gitarre kann man sich leicht verspielen. Ob man schiefe Töne wirklich als „unharmonisch“ bezeichnen kann, soll der Beitrag klären.

1 Beschreibung harmonischer Schwingungen

1.1 Unterscheidung verschiedener Schwingungstypen

Zunächst muss zwischen zwei Schwingungsarten unterschieden werden. Gedämpfte Schwingungen, die in der Natur vorkommen, klingen mit der Zeit ab, während ideale, harmonische Schwingungen ungedämpft sind und einen periodischen, sinusförmigen Verlauf nehmen.

Zur Vereinfachung wird der Schall der Gitarren-Saiten im Folgenden jedoch wie eine harmonische Schwingung behandelt.

1.2 Graphische Darstellung einer Sinus-Schwingung

Um erste Aussagen über harmonische Schwingungen treffen zu können, betrachten man zuerst ihre graphische Darstellung. Hierbei wird die **Zeit „t“** auf die x-Achse und die **Auslenkung „y(t)“** der Schwingung auf die y-Achse aufgetragen. Der sinusförmige Verlauf ist gut zu erkennen.

Abb. 1: Graphische Darstellung einer Sinus-Schwingung

Die eingetragenen Größen werden folgendermaßen definiert:

A= Amplitude

T= Perioden-Dauer

Daraus ergeben sich weitere nützliche Parameter:

- f = Frequenz ($f = 1 / T$)
- ω = Kreis-Frequenz ($\omega = 2\pi / T = 2\pi * f$)
- ρ_0 = Phasen-Verschiebung ($\rho_0 = \omega * t_0$)

Abb. 2: Graphische Darstellung einer Sinus-Schwingung mit Phasen-Verschiebung

Hieraus lässt sich die Schwingungsgleichung ableiten:

1. Die Auslenkung „y“ soll in Abhängigkeit von der Zeit „t“ dargestellt werden

$$y_{(t)} = t$$

2. Es ist bekannt, dass die Auslenkung sinusförmig ist

$$y_{(t)} = \sin(t)$$

3. Das Argument des Sinus darf keine Einheit (in diesem Fall Sekunden) enthalten, weshalb die Kreis-Frequenz eingeführt wird.

$$y_{(t)} = \sin(\omega t)$$

4. Je nach Wert der Amplitude ändert sich auch die Auslenkung „y“

$$y_{(t)} = A * \sin(\omega t)$$

5. Eine Schwingung beginnt nicht zwangsweise im Null-Punkt. Um Verschiebungen entlang der x-Achse ausdrücken zu können, muss die Phasen-Verschiebung berücksichtigt werden. Man erhält die Schwingungsgleichung:

$$y_{(t)} = A * \sin(\omega t + p_0)$$

1.3 Auswirkungen der Änderung von Amplitude und Frequenz

Nachdem alle Größen einer harmonischen Schwingung bekannt sind, sollen nun die Resultate betrachtet werden, die mit der Änderung von Amplitude oder Frequenz einhergehen.

Experiment: Auswirkungen der Änderung von Amplitude und Frequenz einer harmonischen Schwingung

Material:

- Oszilloskop
- Gitarre
- Mikrofon

Durchführung: Anspielen verschiedener Gitarren-Saiten in unterschiedlicher Lautstärke und Interpretation der am Oszilloskop angezeigten Schwingungen

Beobachtung: Bei geringer Lautstärke erscheinen die Schwingungen abgeflachter.

Bei hohen Tönen werden viele, dicht gedrängte Schwingungen angezeigt, während bei tiefen Tönen die Perioden-Dauer größer ist.

Interpretation: Je leiser der Ton ist, desto kleiner wird die Amplitude.

Je tiefer der Ton ist, desto niedriger wird die Frequenz.

Abb. 3: Bild am Oszilloskop bei leisem Ton

Abb. 4: Bild am Oszilloskop bei hohem Ton

2 Ausbreitung harmonischer Schwingungen

2.1 Energie

Um eine Schwingung zu erzeugen, muss ein bestimmter Energie-Betrag aufgewendet werden. Er setzt sich zusammen aus der kinetischen und der potentiellen Energie:

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m v_{(t)}^2 + \frac{1}{2} \Delta y_{(t)}^2$$

Dieser Energie-Betrag bleibt im Laufe einer harmonischen Schwingung erhalten, wobei die Einzel-Energien permanent ineinander umgewandelt werden.

2.2 Ausbreitungs-Geschwindigkeit

Auch die Geschwindigkeit einer harmonischen Schwingung bleibt im Laufe ihrer Ausbreitung im Raum unverändert. Sie hängt ab von der Wellenlänge (= räumliche Ausdehnung einer Sinus-Periode) und der Frequenz:

$$v = \lambda * f$$

Die Größe der Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt vom Medium, durch das die Welle läuft, ab. Dies wird bei Betrachtung der Schall-Geschwindigkeiten verschiedener Gase deutlich.

Gas	Dichte (kg/m ³)	Schall-Geschwindigkeit (m/s)
Kohlenstoffdioxid	1,977	259
Sauerstoff	1,429	316
Luft	1,293	331
Stickstoff	1,251	334
Ammoniak	0,771	415
Helium	0,178	965
Wasserstoff	0,090	1284

Helium ist im Vergleich zu dem Gas-Gemisch Luft ein sehr elastisches Medium, in dem die Ausbreitung des Schalls mit hoher Geschwindigkeit und hoher Frequenz erfolgt. So

lässt sich erklären, warum die eigene Stimme nach dem Einatmen von Helium höher klingt.

Zusammenfassung: Um Aussagen über eine harmonische Schwingung zu machen, kann man folgende Gleichungen verwenden:

- $y_{(t)} = A \cdot \sin(\omega t + p_0)$
- $E = \frac{1}{2} m v_{(t)}^2 + \frac{1}{2} \Delta y_{(t)}^2$
- $v = \lambda \cdot f$

Die Amplitude einer Schall-Welle wird durch die Lautstärke des Tons bestimmt, die Frequenz hängt von der Ton-Höhe ab. In Gasen unterschiedlicher Dichte breitet sich eine Schall-Welle verschieden aus und der entstehende Ton klingt jeweils höher bzw. tiefer.

Abschluss: fehlt.

Quellen:

1. G. Eska: Schall & Klang, Birkhäuser Verlag, Berlin 1997
2. H. Kuttruff: Akustik, S. Hirzel Verlag, Stuttgart 2004
3. http://www.argus32.de/foeller/Musik/Eigenes/TGI_MI_Skript_Akustik.pdf, 02.12.2012