

# Kräfte am starren Körper - Hebel und Waage

Nico Meidenbauer, WS 07/08

## Gliederung

1	Definition starrer Körper .....	1
2	Hebel-Gesetz .....	1
3	Drehmoment.....	3
3.1	Versuch: .....	3
4	Zusammenhang Masse/Gewichtskraft .....	5

## 1 Definition starrer Körper

Ein starrer Körper ist ein Gebilde, das aus zahlreichen Massen-Punkten zusammengesetzt ist und auch unter Einwirkung von Kräften seine Form nicht verändert.

## 2 Hebel-Gesetz

**Problem:** Wenn 2 Kräfte an einem Punkt eines starren Körpers angreifen und nicht gleichgerichtet sind, kann ein Kräfte-Parallelogramm errichtet werden (s. Abb. 1); sobald die Kräfte jedoch an unterschiedlichen Punkten angreifen und gleichgerichtet sind, ist dies nicht mehr möglich.

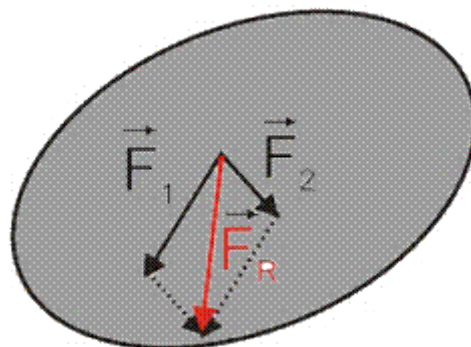


Abb. 1: Kräfte-Parallelogramm mit einem Angriffspunkt

**Lösung:** Es greifen zusätzlich zwei entgegengesetzte Kräfte  $F_3$  an  $P_1$  und  $P_2$  an; durch diese Kräfte kann eine resultierende Kraft  $F_R$  zusammengesetzt werden (Abb. 2).

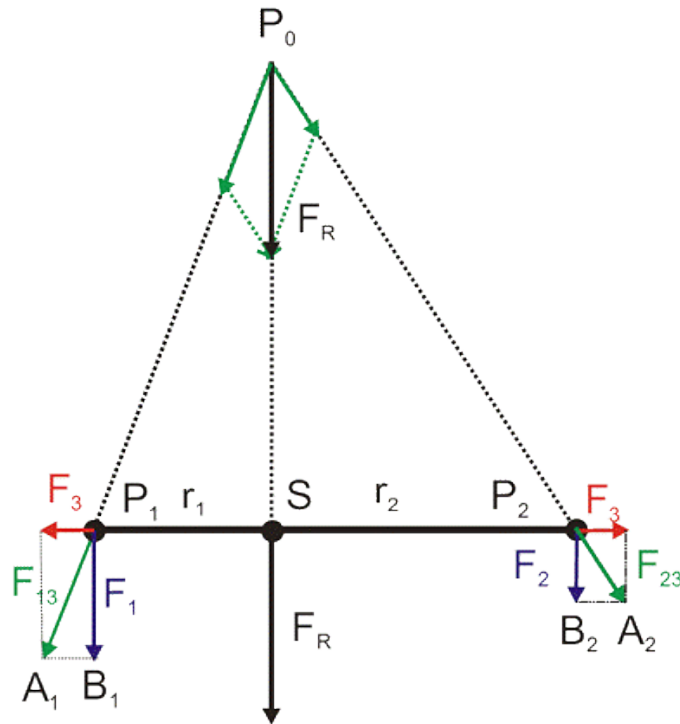


Abb. 2: Zusammensetzung zweier paralleler Kräfte

Da die Dreiecke  $A_1B_1P_1$  und  $SP_1P_0$  bzw.  $A_2B_2P_2$  und  $SP_2P_0$  zueinander ähnlich sind, folgt daraus:

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} = \frac{\overline{P_0S}}{r_1}$$

und

$$\frac{\vec{F}_2}{\vec{F}_3} = \frac{\overline{P_0S}}{r_2}$$

Dividiert man die beiden Verhältnisse durcheinander erhält man:

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_3} * \frac{\vec{F}_3}{\vec{F}_2} = \frac{\overline{P_0S}}{r_1} * \frac{r_2}{\overline{P_0S}}$$

Kürzt man noch die Kraft „ $F_3$ “ und die Strecke „ $P_0S$ “ aus der Formel heraus, erhält man das Hebel-Gesetz nach folgendem Ausdruck:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2$$

### 3 Drehmoment

**Drehmoment** ist definiert als die Größe „M“ einer Kraft, die in einer zur Dreh-Achse senkrechten Fläche liegt, die sich aus dem **vektoriellen Produkt** aus dem von der Dreh-Achse zum Angriffspunkt weisenden **Vektor** „r“ und der dort angreifenden **Kraft** „F“ zusammensetzt.

Daraus ergibt sich folgende mathematische Beziehung:

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

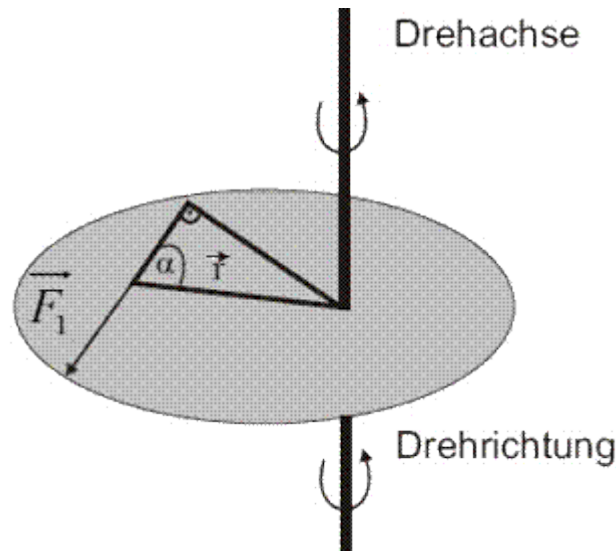


Abb. 3: Drehmoment

Man unterscheidet hierbei in **linksdrehende** (Drehung im mathematisch positiven Sinn!!!) und **rechtsdrehende** (Drehung im mathematisch negativen Sinn!!!) Drehmomente.

**Ist die Summe aus links- und rechtsdrehenden Drehmomenten gleich Null, so herrscht am starren Körper ein Gleichgewicht** (s. Versuch).

#### 3.1 Versuch:

**Aufbau 1:** Auf einem drehbar gelagerten Balken stehen im gleichen Abstand zur Dreh-Achse 2 unterschiedlich schwere Probanden.

**Beobachtung:** Die Balken-Seite mit dem schwereren Probanden senkt sich nach unten.

**Aufbau 2:** Der schwerere Proband nimmt einen immer kleineren Abstand von der Dreh-Achse ein.

**Beobachtung:** Ab einem gewissen Abstand hebt sich die Seite mit dem schwereren Probanden, bzw. senkt sich die Seite mit dem leichteren.

#### Deutung:

Im ersten Fall ist das Produkt aus Gewichtskraft „F1“ und den Abstand zur Drehachse „r1“ größer als das Produkt aus Kraft „F2“ und „r2“ (s. Abb. 4).

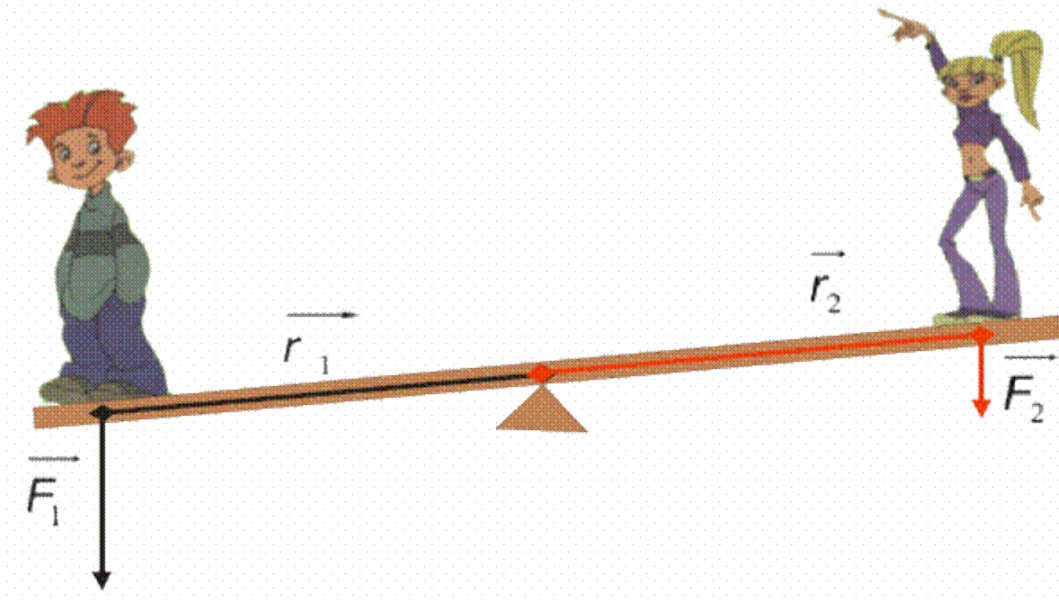


Abb. 4: System befindet sich nicht im Gleichgewicht.

$$F_1 \cdot r_1 > F_2 \cdot r_2$$

Damit ist der starre Körper ( in diesem Fall ein stabiler Holz-Balken) nicht im Gleichgewicht und senkt sich auf der Seite des schwereren Probanden nach unten.

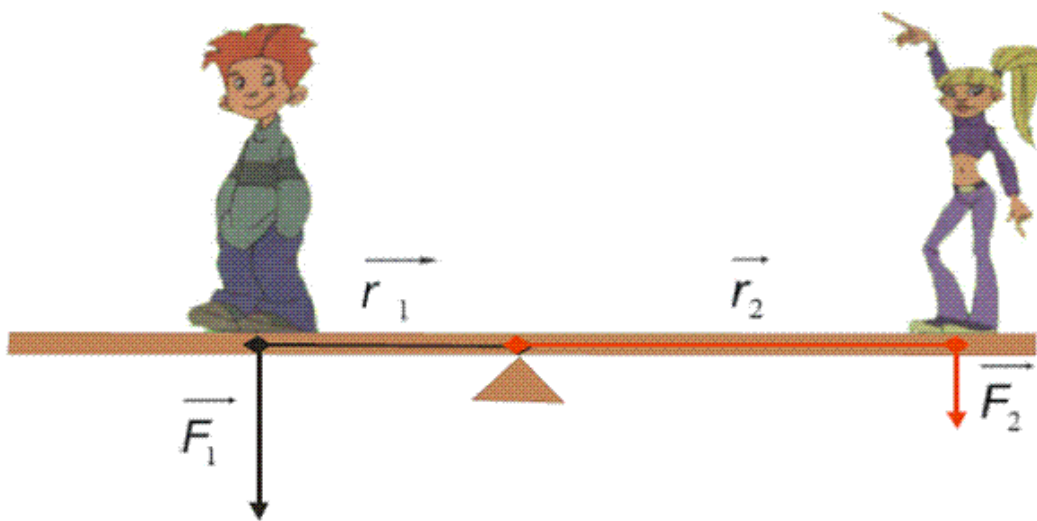


Abb. 5: System befindet sich im Gleichgewicht.

Nimmt nun der schwerere Proband einen immer kleineren Abstand zur Dreh-Achse ein, so verringert sich das Produkt aus „F<sub>1</sub>“ und „r<sub>1</sub>“. An dem Punkt gilt:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Das System befindet sich im Gleichgewicht (Abb. 5).

Bewegt sich der schwerere Proband über diesen Punkt weiter zur Dreh-Achse hin (Abb. 6)

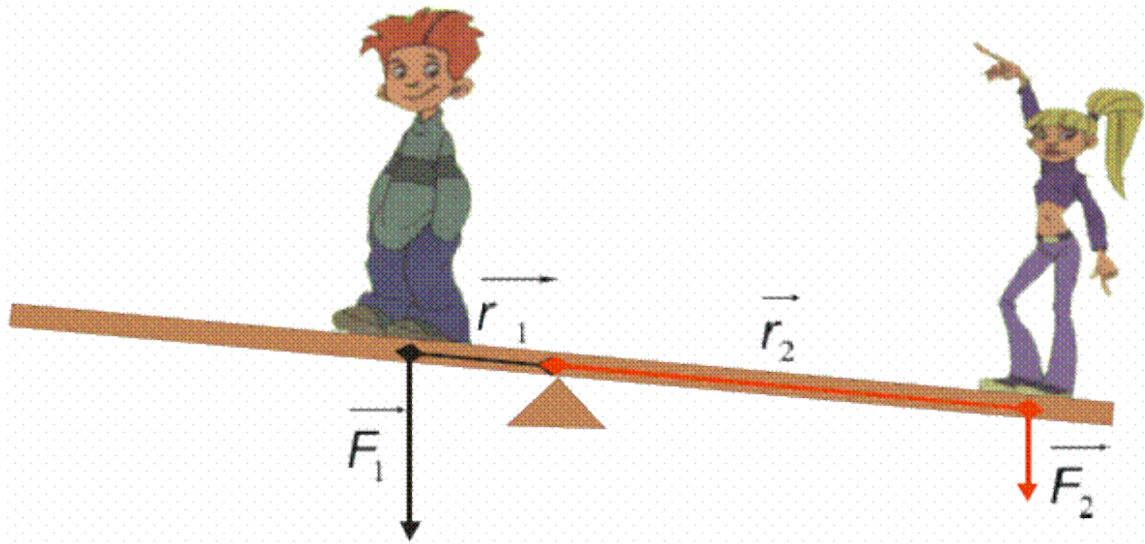


Abb. 6: System befindet sich nicht im Gleichgewicht.

so gilt:

$$F_1 \cdot r_1 < F_2 \cdot r_2$$

#### 4 Zusammenhang Masse/Gewichtskraft

Im folgenden Abschnitt wird die beim Hebel-Gesetz wirkende Gewichtskraft noch einmal näher betrachtet.

Die Gewichtskraft ist definiert als:

$$G = mg$$

Eine gleicharmige Hebel-Waage ( $l_1 = l_2$ ) ist dann im Gleichgewicht, wenn gilt:

$$G_1 l_1 = G_2 l_2$$

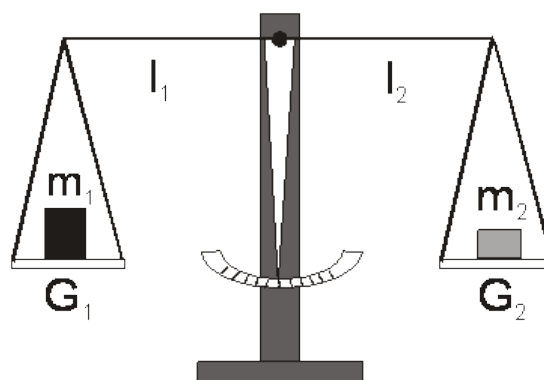


Abb. 7: Gleicharmige Hebel-Waage.

Durch das Herauskürzen von „l“ und das Ersetzen von „G“ durch „mg“ erhält man:

$$m_1 g = m_2 g$$

und schließlich

$$m_1 = m_2$$

Damit ist es mit einer Waage möglich, die Massen verschiedener Körper zu bestimmen, obwohl an der Waage eigentlich die jeweiligen Gewichtskräfte auftreten.

**Quellen:**

1. Kuhn, Physik – Mechanik, Westermann Verlag, Braunschweig 1973, S. 77ff., S. 187ff
2. Hammer/Hammer/Knauth/Kühnel/Lackner-Ronge, Physik Sekundarstufe II Mechanik, Oldenbourg Verlag, München 1980, S. 53 – 57
3. Hammer, Grundkurs der Physik 1 – Mechanik und Wärmelehre, Oldenbourg Verlag, München 1991, S. 22
4. Höfling, Physik – Lehrbuch für Unterricht und Selbststudium, Dümmler Verlag, Bonn 1985, S. 118 - 129