

# Kelvin-Gleichung

Magdalena Franek, WS 11/12

## Gliederung

1	Prinzip der Verdunstung .....	2
2	Kelvin-Gleichung .....	3
3	Anwendung .....	4
4	Demonstration .....	5

### **Einstieg:**



Abb. 1: Opern-Aufführung „Macbeth“ [1]

*In einer Opern-Aufführung wird Nebel erzeugt, um eine düstere Atmosphäre zu schaffen. Warum der künstliche Nebel schnell verschwindet und Wasser in einem Glas nicht soll dieser Beitrag klären.*

Die Kelvin-Gleichung wird in der Meteorologie zur Bestimmung der relativen Luft-Feuchtigkeit genutzt. So können auch Vorhersagen von Wetter-Phänomenen wie Schnee- und Wolken-Bildung gemacht werden. Hierfür wird das Verhältnis vom Dampf-Druck zum Luft-Druck, das abhängig von der Größe der Wasser-Tröpfchen ist, gemessen.

# 1 Prinzip der Verdunstung

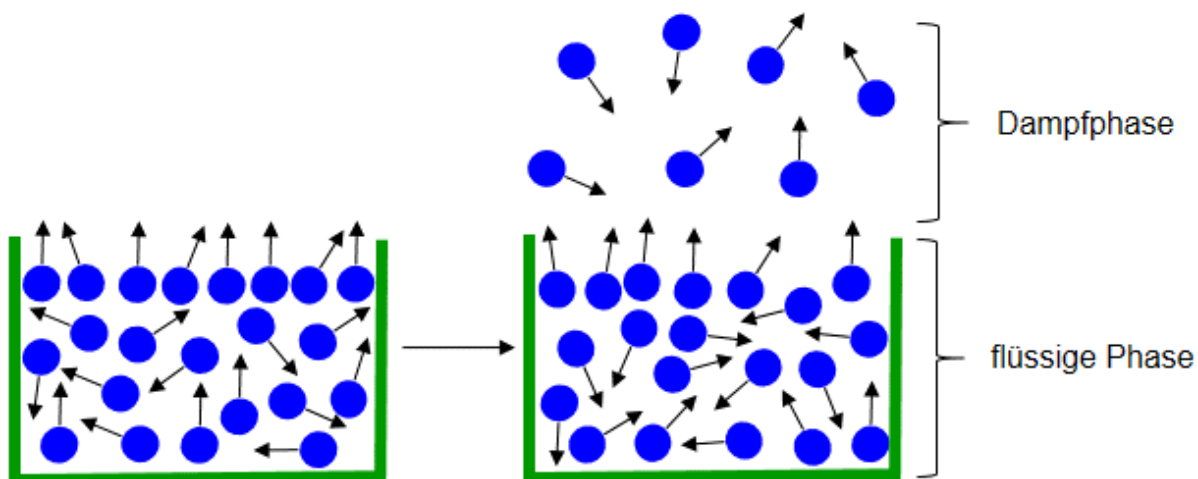


Abb. 2: Modell zum Prinzip der Verdunstung 1 (ebene Wasser-Oberfläche in einem Glas)  
Kreise: Wasser-Moleküle, Pfeile: Bewegungsrichtung der Wasser-Moleküle

In einem Glas mit Wasser, also mit einer ebenen Wasser-Oberfläche, haben einige Wasser-Moleküle ausreichend Energie, um die Oberflächen-Spannung zu überwinden. Diese gehen in den Gas-Zustand über und bilden Dampf. Die Wasser-Moleküle wechseln zwischen der gebildeten Dampf- und der flüssigen Phase bis zu einem Gleichgewicht hin und her. Bei bestimmten Druck, dem Sättigungsdampf-Druck, erreicht die Dampf-Phase ihre Sättigung. Auch die umgebende Luft kann mit Wasser-Dampf gesättigt werden. Ist der Dampf-Druck der Luft niedriger als der Sättigungsdampf-Druck, so wandern die Wasser-Moleküle aus der Dampf-Phase heraus, wodurch sich der Dampf-Druck verringert. Die Wasser-Moleküle aus der flüssigen Phase folgen vom hohen zum niedrigen Druck nach.

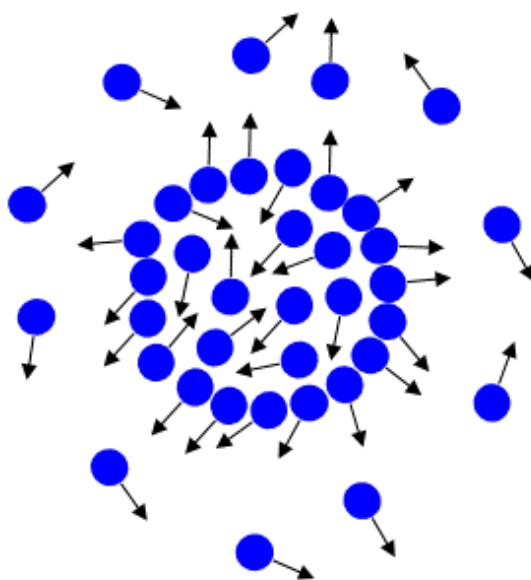


Abb. 3: Modell zum Prinzip der Verdunstung 2 (gekrümmte Wasser-Oberfläche in einem Tropfen)  
Kreise: Wasser-Moleküle, Pfeile: Bewegungsrichtung der Wasser-Moleküle

Ist der Dampf-Druck der Luft höher als der Sättigungsdampf-Druck, so kann die Luft über ihre Sättigungsgrenze hinaus Wasserdampf-Moleküle aufnehmen und es kommt zu einer Übersättigung. In einem so übersättigten Wasser-Dampf treffen bestimmte Wasser-Moleküle spontan aufeinander und bilden Tröpfchen (Kondensation). Um ein Wasser-Tröpfchen herum entsteht ebenfalls Wasser-Dampf. Der Dampf-Druck ist über einer solchen

gekrümmten Wasser-Oberfläche jedoch höher als über einer ebenen. Wie hoch der Dampf-Druck über der Wasser-Oberfläche ist, hängt somit von ihrer Krümmung ab.

## 2 Kelvin-Gleichung

Das Verhältnis vom Dampf-Druck der Luft zum Sättigungsdampf-Druck ist abhängig von der Größe und somit von dem Radius eines Wasser-Tröpfchens. Das Sättigungsverhältnis wird mit der Kelvin-Gleichung ermittelt.

$$\frac{P_D}{P_0} = \exp\left(\frac{M}{\rho_l RT} * \frac{2\sigma}{r}\right)$$

$P_D$ = Dampf-Druck über gekrümmter Oberfläche

$P_0$ = Dampf-Druck über ebener Oberfläche (idealer Dampf-Druck)

$M$ = Molare Masse

$\rho_l$ = Dichte des Wassers

$R$ = Gas-Konstante

$T$ = Temperatur

Zur Herleitung der Kelvin-Gleichung wird eine Gedanken-Experiment genutzt:

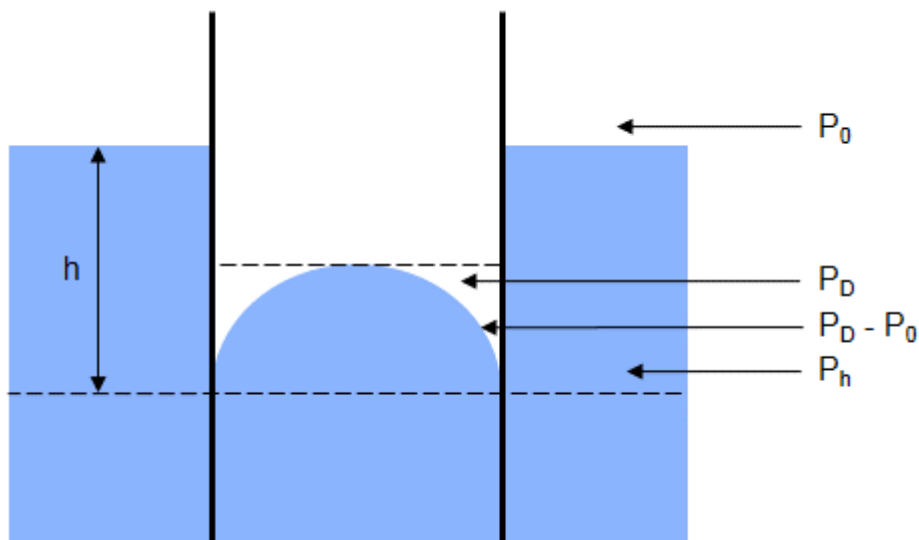


Abb. 4: Gedanken-Experiment: Bildung eines halbkugeligen Tropfens mithilfe eines ins Wasser eingetauchten Glas-Rohr

In das sich in einer Wanne befindende Wasser wird ein Glas-Rohr eingetaucht. Das Wasser steigt solange, bis der hydrostatische druck im Rohr im Gleichgewicht mit dem druck außerhalb des Rohrs steht.

Der Druck des Wassers „ $P_h$ “ wird durch den von oben wirkenden Dampf-Druck „ $P_0$ “ beeinflusst. Zusätzlich wird die Dichte des Wassers „ $\rho_l$ “, die von der Gravitation „ $g$ “ und der Tiefe „ $h$ “ abhängt, berücksichtigt:

$$P_h = P_0 + \rho_l gh$$

Der Druck der Flüssigkeit direkt unterhalb der Krümmung ergibt sich aus der folgenden Gleichung, wobei  $P_c$  für den Grenzflächen-Druck direkt an der „Berührungsstelle“ zwischen der Dampf- und der flüssigen Phase steht:

$$P_h = P_0 + (P_D - P_0) + P_c$$

Werden die beiden Gleichungen gleichgesetzt und umgestellt, so ergibt es sich für die Tiefe „ $h$ “:

$$h = \frac{P_D - P_0 + P_c}{\rho_l g}$$

Da der Dampf mit einem idealen Gas gleichgestellt werden kann, wird die Dichte des Dampfes „ $\rho_D$ “ und dem idealen Dampf-Druck „ $P_0$ “, das sich exponentiell verhält, miteinbezogen:

$$\frac{P_D}{P_0} = \exp\left(\frac{Mgh}{RT}\right)$$

Der Dampf-Druck steigt mit der zunehmenden Tiefe, also wird hier die für „ $h$ “ angegebene Gleichung eingesetzt:

$$\frac{P_D}{P_0} = \exp\left(\frac{M}{\rho_l RT} * (P_D - P_0 + P_c)\right)$$

Da die Differenz zwischen dem Dampf-Druck über der gekrümmten Oberfläche „ $P_D$ “ und dem idealen Dampf-Druck „ $P_0$ “ viel kleiner als der Grenzflächen-Druck „ $P_c$ “ ist, kann diese vernachlässigt werden. Nach Laplace ergibt es sich für den Grenzflächen-Druck eines halbkugeligen Tropfens:

$$P_c = \sigma * \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Der Grenzflächen-Druck für kugelige Tropfen lautet dann:

$$P_c = \frac{2\sigma}{r}$$

Schließlich wird diese Gleichung in das Verhältnis zwischen dem Dampf-Druck über der gekrümmten Oberfläche „ $P_D$ “ und dem idealen Dampf-Druck „ $P_0$ “ einbezogen.

### 3 Anwendung

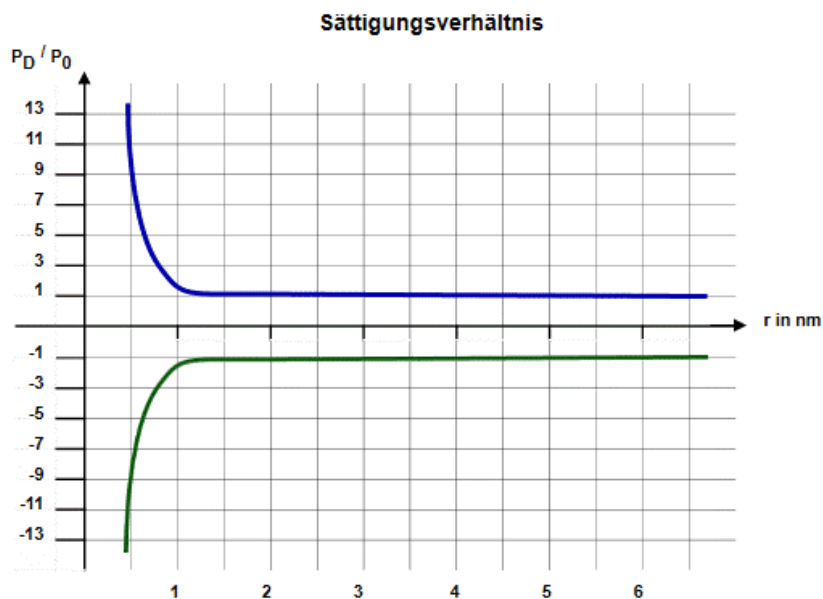


Abb. 5: Sättigungsverhältnis für konvex gekrümmte Oberflächen (blaue Kurve) und für konkav gekrümmte Oberflächen (grüne Kurve)

Ist der Radius eines Wasser-Tropfens bekannt, so kann mithilfe der Kelvin-Gleichung ermittelt werden, ob eine Kondensation oder eine Verdunstung des Wassers stattfindet. Sind er Dampf-Druck über einer konvexen Krümmung „ $P_D$ “ und der ideale Dampf-Druck

„ $P_0$ “ gleich bzw. ihr Verhältnis zueinander (Sättigungsverhältnis) annähernd gleich, dann können sich Tropfen bilden. Das entspricht Tropfen mit großen Radien. Sind die Radien der Tropfen sehr klein bzw. annähernd an Null, so ist das Verhältnis von  $P_D$  zu  $P_0$  groß und die Tropfen verdampfen.

Das Sättigungsverhältnis für andersherum gekrümmte Oberflächen (konkave Krümmung), wie z. B. von Bläschen im Sekt, verhält sich umgekehrt und wird in der Kelvin-Gleichung durch ein vorangestelltes Minus-Zeichen gekennzeichnet. Dieses Prinzip wird z. B. bei der Herstellung von porösen Bau-Materialien, bei welchen eine bestimmte Poren-Größe die Verdunstung von Wasser begünstigt, aber gleichzeitig die Stabilität des Materials erhalten bleiben soll.

## 4 Demonstration

**Experiment:** Stickstoff-Nebel, Prinzip der Verdunstung und der Kondensation

**Material:**

- Metall-Schüssel
- warmes Leitungswasser
- Tieftemperatur-Handschuhe
- Dewar-Gefäß

**Chemikalien:**

- flüssiger Stickstoff

**Durchführung:** Die Metall-Schüssel wird mit warmen Leitungswasser halbvoll gefüllt. Der flüssige Stickstoff wird darüber gekippt bis sich Nebel in ausreichender Menge bildet.

**Beobachtung:** Beim Kontakt vom flüssigen Stickstoff mit der warmen Wasser-Oberfläche bildet sich sofort Nebel, der sich über die Metall-Schüssel hinaus zu den Seiten hin ausbreitet und dort verschwindet.

**Interpretation:** Die Wasser-Moleküle gehen aus der flüssigen Phase (warmes Wasser) in die Dampf-Phase über (Verdunstung). Der flüssige Stickstoff kühlt den Dampf schnell ab. Die Temperatur-Differenz senkt die Sättigungsgrenze des Dampfes herab, wodurch es zur Bildung von Wasser-Tröpfchen, zur Kondensation kommt. Außerhalb der Metall-Schüssel herrscht eine höhere Außen-Temperatur. Die Wasser-Tröpfchen werden nach dem Prinzip der Verdunstung immer kleiner. Der Dampf-Druck nimmt zu, wodurch die Wasser-Moleküle aus der Dampf-Phase heraus und hin zum niedrigeren Druck der Luft wandern.

**Zusammenfassung:** Nebel besteht aus kleinen Tröpfchen, die sich aus übersättigtem Dampf bilden. Dabei ist das Sättigungsverhältnis ( $P_D/P_0$ ) von der Größe eines Tropfens abhängig. Ist der Dampf-Druck über einem solchen Tropfen „ $P_D$ “ gleich dem idealen Dampf-Druck „ $P_0$ “, so ist dessen Existenz möglich. Je kleiner ein Tropfen ist, desto größer ist der Dampf-Druck und somit das Sättigungsverhältnis. Also ist der Dampf-Druck größer als der ideale Dampf-Druck, so kommt es zur Verdunstung. Wie sich das Sättigungsverhältnis verhält, kann mithilfe der Kelvin-Gleichung ermittelt und somit z. B. die Existenz von einem Nebel vorhergesagt werden.

**Abschluss:** fehlt.

## Quellen:

1. [http://operachic.typepad.com/opera\\_chic/2011/11/opera-chic-and-graziait-italys-top-201112-opera-openers.html](http://operachic.typepad.com/opera_chic/2011/11/opera-chic-and-graziait-italys-top-201112-opera-openers.html), Copyright: Silvia Lelli, 12.02.2016
2. [http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physikalische\\_chemie/praktikum/skript\\_bo.pdf](http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physikalische_chemie/praktikum/skript_bo.pdf); 09.12.2011 (Quelle verschollen, 29.10.2020)
3. [http://www.diss.fu-berlin.de/diss/servlets/MCRFileNodeServlet/FUDISS\\_derivate\\_000000001425/01\\_kap1.pdf?hosts=](http://www.diss.fu-berlin.de/diss/servlets/MCRFileNodeServlet/FUDISS_derivate_000000001425/01_kap1.pdf?hosts=); 19.12.2011
4. Butt, H. J.; Graf, K.; Kappl, M.: Physics and Chemistry of Interface. Wiley-VCH, Weinheim 2003.
5. Evans, D. F.; Wennerström, H.: The Colloidal Domain-Where Physics, Chemistry, Biology and Technology Meet. Wiley-VCH, Weinheim 1999.